

## ОТЗЫВ

официального оппонента о диссертации Литвинова Дмитрия Анатольевича на тему «Математическое моделирование колебательных процессов на графе», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Актуальность тематики данной работы обусловлена, помимо фундаментальных вопросов функционального анализа, особо отмеченных автором диссертации, растущим вниманием к разработке теории динамики упругих сетевых систем (т.е., с математической точки зрения – графов), служащих математическими моделями физических сред с микрореологией, включая полимеры и биологические ткани, см. например [Ostoja-Starzewski, M. (2002). Lattice models in micromechanics. *Appl. Mech. Rev.*, 55 (2002), 35; Meng, F., Terentjev, E.M. Theory of semiflexible filaments and networks. *Polymers*, 9 (2017), 52; Suki, B., Bates, J. H. Lung tissue mechanics as an emergent phenomenon. *Journal of Applied Physiology*, 110 (2011), 1111], а также спектральной теории распространения сигналов на графах [Ricaud, B. et al., Fourier could be a data scientist: From graph Fourier transform to signal processing on graphs. *Comptes Rendus Physique*, 20 (2019), 474-488].

Структурная сложность подобных систем требует применения численных расчетов, алгоритмы которых должны иметь строгое математическое обоснование, сопровождаемое демонстрацией программной реализуемости как минимум для простых конфигураций, которые могут служить референсными; соответствующие результаты, представленные в диссертации, обуславливают ее теоретическую и практическую значимости.

Научной новизной обладают как строгое вариационное обоснование разработанных референсных моделей упругих сеток, так и основанного на обобщенном методе Фурье нового численного алгоритма решения соответствующих уравнений, ключевым моментом которого является

введение единообразного представления, оперирующего квадратными матрицами, что имеет преимущества в смысле простоты при программной реализации алгоритма. Достоверность и обоснованность научных результатов обеспечивается корректной постановкой соответствующих задач математической физики и приведенным тестом разработанной программы в приложении к задаче с известным решением.

Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения, списка литературы и приложения.

Во **введении** на основе формулировки актуальности работы ставятся цель и задачи работы, указываются научная новизна, теоретическая и практическая значимости работы, обосновывается достоверность результатов, выносимых на защиту, приводятся сведения об их апробации, а также краткое содержание диссертации, соответствующее автореферату, содержащему всю необходимую информацию о диссертации.

В **первой главе** вводятся определения графа, на котором ставится задача Штурма-Лиувилля, формулируются соответствующие дифференциальные уравнения и приводится их вариационное обоснование. Показана корректность задачи о малых деформациях растянутой сетки с локализованными особенностями и введено представление решения в виде интеграла на мере, определенной графом, использующего функцию влияния; обоснована применимость метода Фурье. Рассмотрен и проиллюстрирован простым примером метод каскадной декомпозиции для соответствующих неоднородных задач, допускающих матричное представление, и исследованы ограничения на краевые условия.

Во **второй главе** рассмотрена математическая модель малых вынужденных колебаний системы, состоящей из сетки, сформированной упругими струнами, рассматриваемой как граф. Приведено доказательство единственности решения для вынужденных колебаний. Далее разбирается вопрос о решении задачи методом Фурье в постановке задачи, упрощенной по сравнению с исходной, – со стационарной внешней силой,

распределенной вдоль ребер графа. Таким образом, автор избегает возможных проблем с резонансными решениями и возможность применения метода и спектрального представления решения.

**Третья глава** представляет разработанную методику в более явном виде, параллельно иллюстрируя ее разработкой алгоритма для ее численной реализации. Порядок нумерации ребер и их разбиений на подынтервалы для представления решений совокупностью базисных функций описан достаточно подробно, равно как и использование граничных условий; проведены оценки сходимости такого решения. Далее дано сведение к системе линейных уравнений, использующих квадратные матрицы постоянных коэффициентов и проведена оценка сходимости численного решений.

В **четвертой главе** приведены общие сведения о тестовой версии компьютерной программы на языке Python. Описаны общая логика построения программы, системы ввода информации о параметрах и начальных условия, а также отображаемого графического интерфейса. В текущем варианте данная программа имеет только тестовый характер и применима для валидации предложенного алгоритма расчета в случае простых систем малой размерности.

В **пятой главе** приведены результаты ряда примеров численных расчетов. Первый их примеров не относится к задачам на графах и использован, по всей видимости, для теста предложенного автором матричного алгоритма, так как соответствующие решения известны из цитируемого учебника. Постановка второго численный пример соответствует задаче на графе, приведены численные решения в виде таблиц (на 20 листах, причем таблицы заполнены в основном нулями – что представляется излишним), а также в более наглядном графическом виде.

В **заключении** сформулированы основные выводы по работе.

В целом, в диссертации представлены результаты, соответствующие всем трем областям паспорта специальности 05.13.18, т.е. математическому



моделированию, численным методов и комплексам программ и характеризующим диссертацию как законченную научно-квалификационную работу. Вместе с тем, изложение материала в тексте проявляет определенную неряшливость, вызывающую ряд вопросов:

1. В первой же главе при введении определения графа следовало бы привести стандартные топологические характеристики графа: распределение степеней узлов, коэффициенты кластеризации и ассоциативности и т.п.; помимо того, что они задают общую характеристику сети, наличие «длинных хвостов» и дальних связей распределений в сети с большим числом узлов может приводить к специфическим модам (хотя в рассматриваемых простых системах они маловероятны, следовало бы указать соответствующие ограничения на рассматриваемые модели).
2. С точки зрения математического моделирования системы струн/масс, следовало бы явным образом указать размерности используемых величин и описать процедуру обезразмеривания, если она применялась т.к. физически мера  $\Gamma$  сочетает длину на ребрах и безразмерность в вершинах; соответственно, следует более аккуратно определить функции  $p(x)$ ,  $q(x)$ ,  $f(x)$  в формуле для потенциальной энергии на стр. 57.
3. В последней формуле на стр. 57 – опечатка: лишнее  $dt$  в сумме.
4. Несмотря на то, что анализируется линейная модель с внешней силой, в диссертации совершенно отсутствует явное обсуждение вопроса о расходимостях на резонансах (по введенным обозначениям, финальная общая формулировка модели раздела 2.1 не свободна от таких возможности таких решений).
5. Появление векторизованной записи координатной параметризации вдоль ребер только в третьей главе затрудняет понимание содержания предыдущих глав – это следовало бы сделать при постановке задачи.
6. Для явной схемы на стр. 93 не приведены критерии устойчивости.

7. Утверждение о предназначении разработанной программы для автоматизации широкого круга приложений вплоть до космических кораблей слишком пафосно; в текущем виде она практически применима только в качестве теста математического алгоритма для простых систем; условия эффективной автоматизации должны как минимум поддерживать стандартизированные семантически-размеченные массивы больших данных о моделируемой системе; странным является утверждение о выходных данных «отклонения приближенного решения от точного» – если программа работает только для известных точных решений, то как ее применять для численного расчета новых систем с заранее неизвестными свойствами?
8. Список использованной литературы недостаточно отражает современное состояние мировой науки как в соответствующей области математического анализа (практически отсутствуют ссылки на работы в ведущих международных математических журналах за последние 20 лет), так и на работы в приложения данного типа математических моделей.

Однако данные замечания относятся в основном к тексту диссертации, а не к конкретным результатам, выносимым на защиту. Данные результаты отражены в публикациях, соответствующих требованиям ВАК.

Таким образом, можно заключить, что данная диссертационная работа содержит всю формально необходимую совокупность оригинальных научных результатов, обобщений и выводов согласно пп. 9–14 действующего «Положения о присуждении ученых степеней», утвержденном постановлением Правительства РФ № 842 от 24.09.2013 (в редакции от 11.09.2021), предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор, Литвинов Дмитрий Анатольевич, заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Официальный оппонент

доктор физико-математических наук (05.13.18 –

Математическое моделирование, численные

методы и комплексы программ), доцент,

профессор кафедры физики и нанотехнологий,

заведующий отделом теоретической физики

Научно-исследовательского центра физики

конденсированного состояния

Курского государственного университета

Постников Евгений Борисович

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Курский государственный университет» (ФГБОУ ВО «Курский государственный университет»). Почтовый адрес: ул. Радищева, 33, Курск, 305000

Телефон: +7 (4712) 51-04-69; электронная почта: postnicov@gmail.com

Согласен на обработку персональных данных

Подпись Постникова Е.Б.  
заверяю специалист по кадровой работе  
Митрошенкова О.В.  
«15» 08 2022

